

# $\lambda$ -račun

## Funkcijski predpis (anonimna funkcija)

$$x \mapsto e$$

$$x \mapsto x^2 + 3x + 7 \quad "x \text{ se slika v } \dots"$$

## Imenovana funkcija

Imenovano število

$$f(x) := x^2 + 3x + 7$$

$$a := 3 + \sqrt{5}$$

$$f := (x \mapsto x^2 + 3x + 7)$$

## Uporaba ali aplikacija:

$\rightarrow$  argument

$$f(3)$$

$$(x \mapsto x^2 + 3x + 7)(3) = 3^2 + 3 \cdot 3 + 7$$

$$= 25 \quad \text{Pozor: to je že nadaljnje računanje!}$$

zamenjamo (substituiramo)  $x$  z izrazom 3

$$(x \mapsto x^2 + 3 \cdot x + 7)(a+6) = (a+6)^2 + 3 \cdot (a+6) + 7$$

# Vezane in proste spremenljivke

$$x \mapsto a \cdot x^2 + x + a$$

$x$  je vezan (lokalen)

↑

deklariramo  
(uvedemo)  $x$

območje veljavnosti

$a$  je prost

$$a \mapsto a \cdot x^2 + x + a$$

$a$  je vezan  
 $x$  je prost

$$x \mapsto a + x$$

"prištej  $a$ "

$$a \mapsto a + x$$

"prištej  $x$ "

$$x \mapsto a + x^2$$

"kvadriraj in prištej  $a$ "

$$\int (x^2 + a \cdot x) dx$$

$$\sum_{i=1}^n i \cdot (i+k)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x-a}{x+a}$$

$$\exists x \in \mathbb{R}. x^3 = y$$

"obstaja realno število,  
katerega kub je enak  $y$ "

$$x^3 = y$$

$x$  in  $y$  prosta

```

    ⋮
    for (i=0; i < n; i++) {
        s += i;
        print i;
    }

```

## Zamenjava ali substitucija

izraz  $e$ , spremenljivka  $x$ , izraz  $e'$

$e[e'/x]$       v  $e$  zamenjaj  $x$  z  $e'$

Zapisi:

$e[x \mapsto e']$

$e[x := e']$

- $(x^2 + 3 \cdot x + 7)[3/x]$  je enako  $3^2 + 3 \cdot 3 + 7$ ,
- $f(a + b)[(b + 1)/a]$  je enako  $f((b + 1) + b)$ ,
- $f(a + b)[(x \mapsto x^2)/f]$  je enako  $(x \mapsto x^2)(a + b)$ .

$$\left( \int_0^1 (x^2 + b) dx \right) [(7+a)/b] = \int_0^1 (x^2 + (7+a)) dx$$

$$\left( \int_0^1 (x^2 + b) dx \right) [(7+x)/b] \stackrel{\text{NARJBE}}{=} \int_0^1 (x^2 + 7 + x) dx$$

$$\left( \frac{1}{3} + b \right) [(7+x)/b]$$

$$\frac{1}{3} + (7+x)$$

$$\frac{1}{3} + 7 + \frac{1}{2}$$

$$7 \frac{5}{6}$$

Pravilno : vezano spremenljivko preimenujemo

$$\left( \int_0^1 (x^2 + b) dx \right) [(7+x)/b] =$$

$$\left( \int_0^1 (z^2 + b) dz \right) [(7+x)/b] =$$

$$\int_0^1 (z^2 + (7+x)) dz$$

## Gnezdeni funkcijski predpisi

$$x \mapsto (y \mapsto x \cdot x + y)$$

x se slika v funkcijski predpis "y se slika v  $x \cdot x + y$ "

$$(x \mapsto (y \mapsto x \cdot x + y)) (42) =$$
$$y \mapsto 42 \cdot 42 + y$$

Dvojna aplikacija

$$\cdot (x \mapsto (y \mapsto x \cdot x + y)) (42) (1)$$
$$(y \mapsto 42 \cdot 42 + y) (1)$$
$$42 \cdot 42 + 1$$

$$(f \mapsto f(f(3))) (n \mapsto n \cdot n + 1)$$

$$(n \mapsto n \cdot n + 1) ((n \mapsto n \cdot n + 1) (3)) =$$

$$(n \mapsto n \cdot n + 1) (3 \cdot 3 + 1) = (3 \cdot 3 + 1) \cdot (3 \cdot 3 + 1) + 1$$

$f(x)$  $\sin \alpha$  $Ax$  $f^7$ 

$$\sin^2 \alpha = (\sin \alpha)^2$$

Zapis v  $\lambda$ -računu:

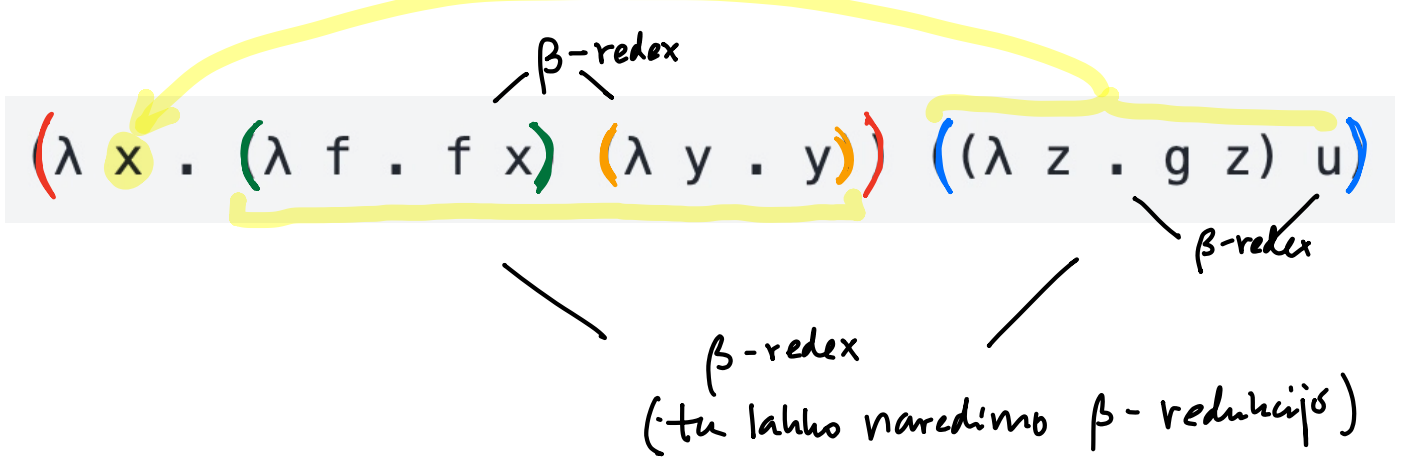
 $\lambda x \cdot e_1 e_2 e_3$ 

- $((\lambda x \cdot e_1) e_2) e_3$
- $(\lambda x \cdot e_1 e_2) e_3$
- $\lambda x \cdot ((e_1 e_2) e_3)$  ✓

 $\lambda x \cdot ((\lambda y \cdot (x y y)) x x)$  $\lambda x \cdot (\lambda y \cdot (\lambda z \cdot (e)))$ 

Okrajšava:  $\lambda x y z \cdot e$

 $x \mapsto (y \mapsto x^2 + 7y)$  $\lambda x \cdot (\lambda y \cdot (x^2 + 7y))$  $\lambda x y \cdot x^2 + 7$



$$(\lambda x. x x) (\lambda x. x x) =$$

$$(\lambda y. y y) (\lambda x. x x) =$$

$$(\lambda x. x x) (\lambda x. x x)$$

$$\lambda x. (\lambda y. y x)$$

## Programiramo v $\lambda$ -računu

Kompozicija:  $(g \circ f)(x) := g(f x)$

$$(\text{compose } g \ f) \ x = g(f x)$$

$$\text{compose } g \ f = \lambda x. g(f x)$$

$$\text{compose } g = \lambda f. \lambda x. g(f x)$$

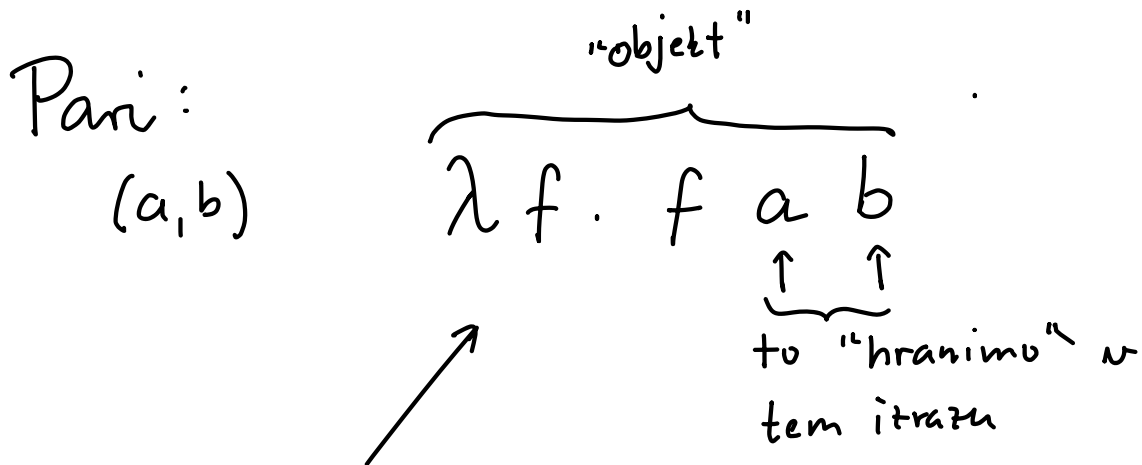
$$\omega_{\text{compose}} = \lambda g. \lambda f. \lambda x. g(f x)$$

$$= \lambda g \ f \ x. g(f x)$$

Const  $c =$

$$(\lambda c. \lambda x. c) \ c =$$

$$(\lambda \dot{z}nj. \lambda x. \dot{z}nj) C = \lambda x. C$$



$$\text{first } p = p (\lambda x y. x)$$

Naslednik:

n število

$$n f x = \underbrace{f (f ( \dots f x ))}_n$$

$$\begin{aligned} (\text{succ } n) f x &= \underbrace{f (f (f ( \dots f x )))}_{n+1} \\ &= f ( \underbrace{f \dots f x}_n ) \\ &= f ( n f x ) \end{aligned}$$

$$\text{succ} = \lambda n f x. f ( \underline{n f x} )$$

↳ n-krat uporabi f na x  
n+1 uporabe f

$+ := \lambda n m f x . (n f) ((m f) x)$   
 števili  $f \dots f$   $(\underbrace{f(f(\dots f x))}_m)$   
 $n$   $m$

$\lambda m n f x . m (n f) x$

$m$ -krat uporabi  $\underbrace{f o f o \dots o f}_n$

$\underbrace{f o \dots o f}_n ( \underbrace{f \dots f}_n \dots \underbrace{f \dots f}_n x )$   
 $m$

skupaj  $m \cdot n$  uporab  $f$