

Deklarativno programiranje

Konstrukcije množic

Kartezični produkt / zmnožek

množici A in B $A \times B$ zmnožek A in B
element (a, b) kjer $a \in A$ in $b \in B$

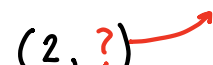
projekcije: $A \times B \xrightarrow{\pi_1} A$
 $\pi_2 \downarrow$
 B

računska pravila:

$$\pi_1(a, b) = a$$

$$\pi_2(a, b) = b$$

Primer: $\{1, 2, 3\} \times \{\square, \Delta\} = \{ (1, \square), (2, \square), (3, \square), (1, \Delta), (2, \Delta), (3, \Delta) \}$
 ~~$(1, 3)$~~ ker $3 \notin \{\square, \Delta\}$

Primer: $\{1, 2, 3\} \times \{?\} = \{?\}$
 $(2, ?)$ 

$$\{1, 2, 3\} \times \{*\} = \{(1, *), (2, *), (3, *)\}$$

Zmnožek večih množic: $A \times B \times C \times D$

(a, b, c, d)

$a \in A$

$b \in B$

$c \in C$

$d \in D$

Vsota ali disjunktna unija

Množici A in B ----- $A + B$ vsota (koprodukt)

injekciji "iota" \rightarrow $l_1(a)$ za $a \in A$
 $l_2(b)$ za $b \in B$

Primeri: $\{1, 2, 3\} + \{3, 4\} = \{l_1(1), l_1(2), l_1(3), l_2(3), l_2(4)\}$

Pogosto v matematiki: $A \oplus B = (\{0\} \times A) \cup (\{1\} \times B)$
kodiranje vsote s pomočjo 0 in 1

$\{1, 2, 3\} \oplus \{3, 4\} = \{(0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 3), (1, 4)\}$

Imamo $u \in A + B \Rightarrow$ dve možnosti

• $u = l_1(x)$ za neki $x \in A$
ali

• $u = l_2(y)$ za neki $y \in B$

$\{\text{false}\} + \{\text{true}\} = \text{bool}$

Obavhava primerov.

EkspONENT

Množici A in B - ... B^A eksponent
 $A \rightarrow B$

elementi preslikave z domeno A in kodomeno B
 $\lambda x \dots$ $x \mapsto \dots$

\rightarrow je desno asociativna $A \rightarrow B \rightarrow C = A \rightarrow (B \rightarrow C)$

uporaba / aplikacija

$f: A \rightarrow B$ $a \in A$
 $fa \in B$

Računsko pravilo: $(\lambda x. e) a = e[a/x]$

Primeri: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $(\lambda x. x)$, \sin , \cos , \exp

$\rightarrow \mathbb{R}_x \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ \max , $+$, \times , $-$

$\rightarrow \mathbb{R}_x \rightarrow (\mathbb{R}_y \rightarrow \mathbb{R})$ $\lambda x. \lambda y. x^2 + 3xy$

$\mathbb{R}_x \rightarrow \mathbb{R}_y \rightarrow \mathbb{R}$
funkcija, ki sprejme
število in vrne funkcijo,
ki sprejme število in
vrne število

$\lambda x. \lambda y. x^2 + 3xy$

$\lambda x. \lambda y. x + y$

$\mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
funkcija, ki sprejme par števil
in vrne število

$\mathbb{R} \times \mathbb{R}$
 $\lambda u. (\pi_1 u)^2 + 3(\pi_1 u)(\pi_2 u)$

$+$

$(\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$

funkcija, ki sprejme funkcij
in vrne število

$\lambda f. 42$

$\lambda f. f'(0)$

$\lambda f. \int_0^1 f(x) dx$

\int_0^1

$\lambda f. f(0)$

let $p = e_1$ in e_2

$\{ \top \ p = e_i \}$
 e_2
}

let $p = e_1$ in

let $q = e_2$ in

e_2

$(\mathbb{N} \rightarrow \emptyset) = \emptyset !$

`void f(int n)`

`ℤ → void`

if b then x else y

match b with

| true $\rightarrow x$

| false $\rightarrow y$